

# 1100 Circuits logiques

Portes logiques, circuits combinatoire et séquentiels, additionneur  
et registre

Jean Privat

Université du Québec à Montréal

INF2171 - Organisation des ordinateurs et assembleur  
v233



# Rappel

## Niveaux d'un ordinateur (vers le bas)

- Assembleur: pour les humains
- Langage machine: architecture, jeu d'instructions
- Microarchitecture: l'intérieur d'un processeur
- Circuits logiques: algèbre de Boole
- Microélectronique: transistors
- Physique quantique: nombres complexes

# Plan

- 1 Algèbre de Boole
- 2 Circuits logiques
- 3 Circuit combinatoire
- 4 Circuit séquentiels
- 5 Processeur entier
- 6 Conclusion

# Algèbre de Boole

# Algèbre de Boole

## Domaines

- Maths, logique, informatique, électronique

## 2 valeurs

- Vrai, 1,  $\top$
- Faux, 0,  $\perp$

## Opérateurs

- et, and,  $\cdot$ ,  $\wedge$ ,  $\times$ ,  $\&$ ,  $\&\&$
- ou, or,  $+$ ,  $\vee$ ,  $|$ ,  $||$
- non, not,  $\bar{x}$ ,  $\neg x$ ,  $x'$ ,  $\sim x$ ,  $!x$
- xor,  $\oplus$ ,  $\hat{}$ ,  $!=$
- Et plein d'autres...

# Opérations booléennes

## Table de vérité

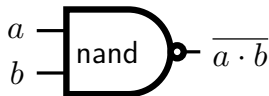
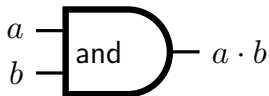
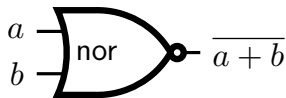
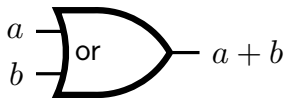
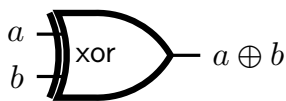
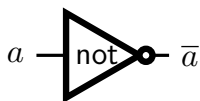
$a$	$b$	$\bar{a}$ not	$a + b$ or	$a \cdot b$ and	$a \oplus b$ xor	$\overline{a + b}$ nor	$\overline{a \cdot b}$ nand
0	0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	0	1
1	1	0	1	1	0	0	0

- Les détails en INF1132

# Circuits logiques

# Portes logiques des circuits logiques

- Circuits logiques : utilise l'algèbre de Boole
  - Fil: 0 ou 1
- Porte logique: élément de base (opérateur de Boole)







- Les circuits logiques sont fait avec des **transistors**
- Le voltage des « fils » code les bits

## Types de transistors

- Nombreux détails physiques, électriques et électroniques
- Plusieurs technologies: MOSFET, JFET, BJT, FinFET...
- Plusieurs conceptions de circuits: CMOS, NMOS...



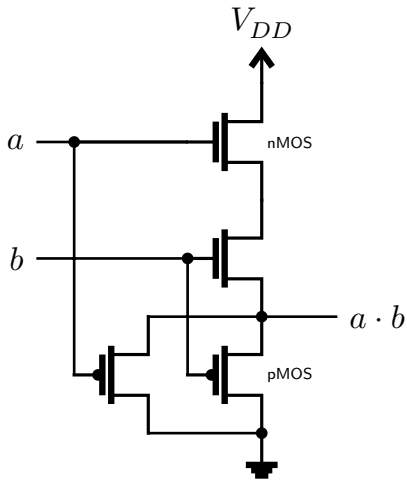
## MOSFET

- *Metal-oxide-semiconductor field effect transistors* (1925)
  - Semi-conducteur à base de silicium
- Codage des bits
  - 1  $\rightarrow V_{DD}$ , exemple 5V, 3.3V, 1.2V... (D pour *drain*)
  - 0  $\rightarrow$  la terre (*ground*), 0V (parfois notée  $V_{SS}$ , S pour *source*)
- Deux types de transistors MOS
  - nMOS: laisse passer le courant si la base est sous tension
  - pMOS: laisse passer le courant si la base n'est pas sous tension

## CMOS

- *Complementary MOS* (1963)
- On combine les deux types complémentaires de transistor MOS
- Circuit plus complexes, mais plus économes en énergie
- $\rightarrow$  La majorité actuelle des circuits intégrés

# Exemple: porte « et » avec transistors CMOS



# Types de circuits logiques

## Circuits combinatoires

- Signaux d'entrée
- Signaux de sortie  
dépendent des signaux d'entrée présents
- Pas de mémoire

## Circuits séquentiels

- Signaux d'entrée
- Signaux de sortie  
dépendent des signaux d'entrée présents et passés
- L'état du circuit contient une mémoire du passé

## Encapsulation et abstraction

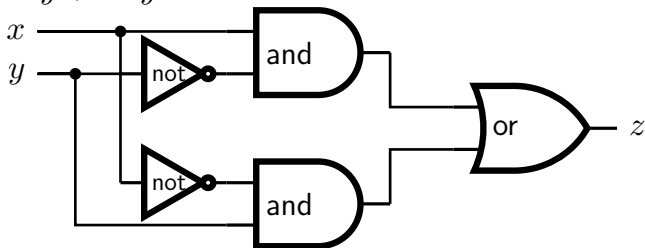
- On fabrique des circuits complexes
- En **réutilisant** et **combinant** des circuits plus simples

# Circuit combinatoire

# Circuit combinatoire

## Exemple

- $z = x \cdot \bar{y} + \bar{x} \cdot y$



## Exercice

- Dessiner la table de vérité du circuit

# Arithmétique

## Représentation des nombre

- Un nombre est représenté par une séquence de bits
- Une opération arithmétique est réalisée par un circuit logique

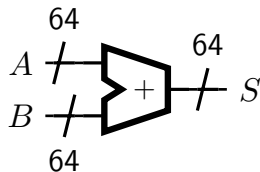
## Circuits complexes

- Beaucoup de signaux d'entrée et de sortie (un par bit)
- Opérations de plus en plus complexe : additionneur, multiplicateur, diviseur, flottants IEEE 754, etc.

# Addition

## Objectif : addition 64 bits

- Entrée : 128 signaux (un par bit)
- Sortie : 64 signaux (un par bit)



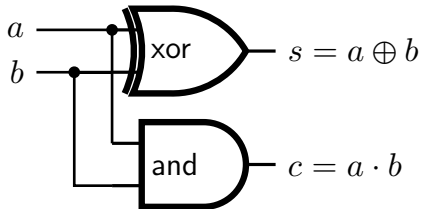
## Étape 1 : Demi-additionneur (très simple)

- Deux bits d'entrée :  $a$  et  $b$
- Deux bits de sortie : la somme  $s$  et la retenue  $c$
- Exercice
  - Dessiner la table de vérité
  - Trouver les formules logiques de  $s$  et  $c$
  - Dessiner le circuit



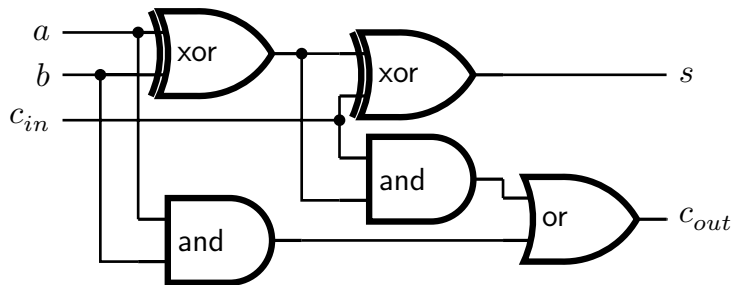
# Demi-additionneur (étape 1)

$a$	$b$	$c$	$s$
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0



## Additionneur complet (étape 2)

- Trois bits d'entrée :  $a$ ,  $b$  et la retenue précédente  $c_{in}$
- Deux bits de sortie : la somme  $s$  et la retenue  $c_{out}$
- On combine 2 demi-additionneurs

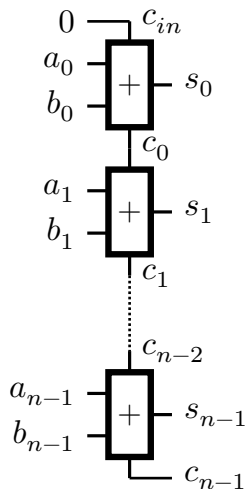


# Additionneur de nombres (étape 3)

- Deux nombres de  $n$  bits :  $A$  et  $B$
- $2n + 1$  entrées
  - $a_0$  à  $a_{n-1}$
  - $b_0$  à  $b_{n-1}$
  - Une retenue initiale  $c_{in}$  à 0
- $n + 1$  sorties
  - $s_0$  à  $s_{n-1}$
  - Une retenue finale  $c_{n-1}$
- On chaîne  $n$  additionneurs complets

## Dans la vraie vie

- Si beaucoup de bits, le calcul est lent
  - La retenue doit se propager
- Des astuces pour être plus efficace
  - Additionneur parallèle à retenue anticipée



# Circuit séquentiels

# Circuit séquentiels

## Principe

- Le circuit mémorise des trucs
- On utilise des feed-backs :
  - Sorties connectées à des entrées

## Utilisation

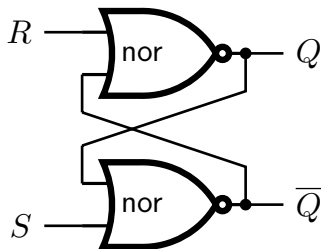
- Mémoire: SRAM, Registres

## Pièges

- Temps de propagation et stabilisation
- Besoin de synchronisation : horloge
- Valeurs interdites : résultats indéfinis

# Bascule asynchrone SR

- Ou verrou SR, ou *SR latch*
- Verrou (*latch*) = Asynchrone = pas d'horloge
- La sortie  $Q$  maintient la dernière valeur ;  $\overline{Q}$  est sa négation
- Le bit « set »  $S$  met  $Q$  à 1 ; le bit « reset »  $R$  met  $Q$  à 0



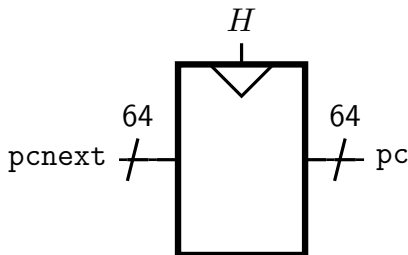
## Exercice SR

- On commence avec  $S = R = Q = 0$  et  $\overline{Q} = 1$
- On met  $S$  à 1...  $S$  à 0...  $R$  à 1...  $R$  à 0...
- On met  $S$  et  $R$  à 1 en même temps... puis à 0 en même temps...

# Registre

## Objectif : registre compteur ordinal 64 bits

- Stocke (et maintient)  $pc$ 
  - Valeur binaire 64 bits
- Accepte  $pcnext$ 
  - Nouvelle valeur 64 bits
- Synchronisé avec une horloge
  - Nouvelle instruction à chaque cycle

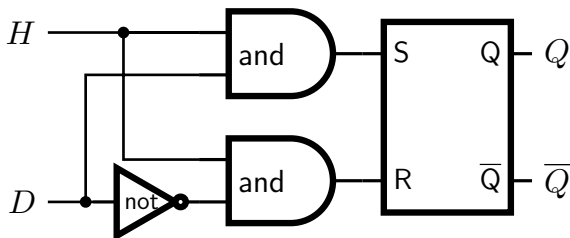


## Étape 1 : bascule asynchrone SR

- Déjà fait !
- On stocke (et maintient) 1 bit ( $Q$ )
- On peut modifier ce bit avec  $S$  et  $R$

## Bascule asynchrone D (étape 2)

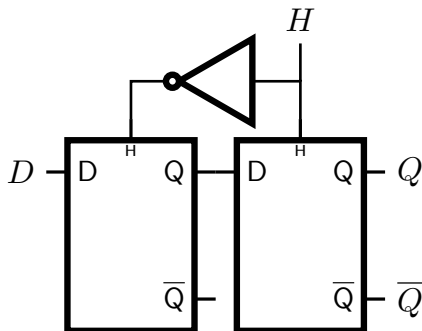
- Ou verrou D, ou *D latch*
- Un bit « data » *D* et un bit *H* de contrôle (ou *CLK*)
- Quand  $H = 0$ , *Q* ne change pas (*D* est ignoré)
- Quand  $H = 1$ , *Q* prend la valeur de *D*
- Avantage sur SR: plus pratique, pas de valeurs interdites





## Bascule synchrone D (étape 3)

- Ou juste bascule D, ou *D flip-flop*
- $H$  est une horloge, avec un signal régulier  $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 1 \dots$
- $D$  est copié dans  $Q$  seulement quand  $H$  passe de 0 à 1
- $\rightarrow$  On parle de **front d'horloge** (*rising edge of the clock*)
- *flip-flop* = synchrone = front d'horloge



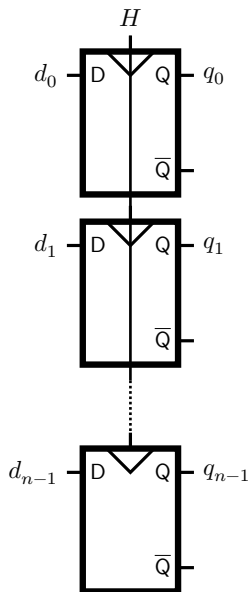
# Registre (étape 4)

## Rappel de l'objectif

- Maintenir la valeur de  $n$  bits
- Permettre de changer la valeur du registre (de temps en temps)

## Mise en œuvre

- On combine  $n$  bascules D
- Une par bit à mémoriser
- L'horloge est partagée



# Processeur entier

# Processeur

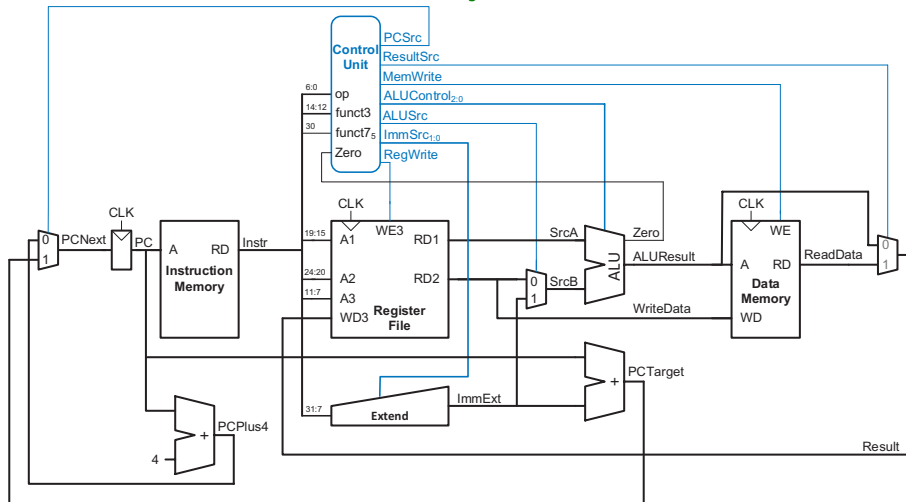
## Milliards de transistors

- Intel 8086 (1978) : 29 000 transistors
- Apple M2 Ultra (2023) : 82 000 000 000 transistors
- Loi de Moore (1965)
  - Doublement du nombre de transistors d'un microprocesseur tous les deux ans
  - Gordon E. Moore (un des fondateurs d'Intel)

## Les détails

- Dans INF4170 - Architecture des ordinateurs

# Processeur RISC-V à un cycle



Source: Harris, D et Harris, S. *Digital Design and Computer Architecture RISC-V Edition* (2021). Fig. 7.12, p. 407

# Conclusion

# Résumé

## Vers le haut

- Grâce aux mathématiques et à l'électronique
  - On peut construire des circuits complexes
  - Qui traitent et mémorisent des bits
- Grâce à ces circuits
  - On peut construire des microprocesseurs
  - Qui offrent des jeux complexes d'instructions et de registres
- Grâce à ces instructions et registres
  - On peut écrire des programmes
  - Et les faire s'exécuter sur un ordinateur

# Conclusion du cours

- 1- Tout n'est que des bits
- 2- Il n'y a pas de magie
  
- « *Any sufficiently advanced technology is indistinguishable from magic* » — Arthur C. Clarke, *Profiles of the Future: An Inquiry into the Limits of the Possible* (1962)
- « *Any technology distinguishable from magic is insufficiently advanced* » — Barry Gehm (1991)